

基于功能可加的系统优化

郭开仲, 黄继泽, 熊海鸥

(广东工业大学 系统工程研究所, 广东 广州 510520)

摘要: 为了揭示系统的某一功能达到最优与其所有子系统为实现系统这一功能而提供的功能达到最优之间的联系, 在探讨了系统功能可加性的基础上, 研究了系统的功能不等于其所有子系统功能之和的系统机理以及在功能可加的条件下系统最优与子系统最优之间的部分规律, 从而为下一步研究奠定了基础, 即当系统或系统某种功能达到最优时, 如何确定各子系统所需要提供的功能及其范围.

关键词: 系统; 子系统; 系统功能可加性; 系统功能优化

中图分类号: N941.1

文献标识码: A

文章编号: 1007-7162(2008)04-0001-04

1 问题的提出

系统科学最基本的思想是整体性与综合性. 因此, 人们常说的“系统最优”可以理解为系统对于某项包含在系统固有功能之目的功能来说, 在整体上达到最优. 按系统思维方式考察事物、处理问题, 着眼点就在于追求系统整体优化^[1]. 而系统整体最优与其子系统功能的发挥又不无关系.

在许多场合, 人们喜欢用“系统功能 $\neq \sum$ 子系统功能”来表达系统功能与其子系统功能之间的关系, 但是这一观点并不准确. 首先, 子系统功能能否相加尚未确定; 其次, 即使可加, 系统功能也完全可能大于、等于或小于其子系统功能之和. 现实中这样的系统举不胜举. 这无疑给研究系统功能最优与其子系统功能最优之间的关系带来了困难. 下面的例子就可以说明这一点.

例 1: 众所周知, 一架普通的民用客机系统通常由机翼、机身、尾翼、起落装置和动力装置 5 个主要子系统组成. 在空中安全输送旅客是每架客机的基本功能之一. 为了实现这一功能, 上述 5 个主要子系统分别提供了各自不同性质的功能. 其中, 机翼的主要功能是产生升力, 以支持飞机在空中飞行, 同时还起一定的稳定和操纵作用; 机身的主要功能是装载乘员、旅客、武器、货物和各种设备, 并将飞机的其它部件如尾翼、机翼及发动机等连接成一个整体; 尾翼的主要功用是用来操纵飞机俯仰和偏转, 并保证飞机能平稳地飞行; 起落装置是用来支持飞机并使它能在地面和水平面起落和停放; 动力装置主要用来产生拉力或推力, 使飞机前进的同时还可以为飞机

上的用电设备提供电源, 为空调等用气设备提供气源. 由此可见, 飞机的 5 个主要子系统所提供的功能与飞机系统“在空中安全输送旅客”的功能有着本质的区别, 不具备可加性. 这类系统就不能简单地优化每个子系统的功能, 从而使系统的功能达到最优^[2].

例 2 如果将一座拥有 3 条相同生产线的工厂看做一个系统, 那么每条生产线就是该系统的一个子系统. 不妨将工厂每天的产量作为该系统的一项功能, 那么每条生产线的产量就是子系统为实现系统此项功能所需提供的功能. 显然, 子系统的功能与系统的功能都是指产量, 因此具有可加性, 而且工厂的产量就等于 3 条生产线产量之和. 此时, 若假设这 3 条生产线相互独立, 则系统功能与子系统功能就可同时达到最优.

例 3 囚徒困境^[3]是博弈论中著名的非零和博弈. 我们不妨把那两名具有博弈关系的囚徒看做是一个系统, 并将两名囚徒的获刑年数之和作为该系统的功能. 显然, 每名囚徒就是该系统的一个子系统, 他的获刑年数就是子系统提供给系统的功能. 建立博弈模型、求解可知, 对于单个囚徒(子系统)而言, 最优解是获刑 3 年, 两人(系统)共计 6 年; 然而作为系统整体而言, 最优可低至 2 年. 这充分说明系统各子系统都达到最优时, 系统整体并不一定能达到最优, 反之亦然.

基于对以上系统的分析, 我们不禁会问系统最优与子系统最优之间到底存不存在联系; 如果存在联系, 那么又有何联系; 我们又该如何去研究它们之间的关系?

收稿日期: 2008-09-28

作者简介: 郭开仲 (1951-), 男, 教授, 主要研究方向为决策理论与方法、消错理论.

2 系统、子系统之间的关系

为了讨论的方便, 将任意系统 S 的某项固有功能^[4]记为 GY_j , 其所包含的子系统记为 S_i ($i = 1, 2, \dots, n$), 系统 S 为实现功能 GY_j 而需要各个子系统 S_i 提供的功能记为 GY_{ji} ($i = 1, 2, \dots, n$).

定义 1 如果系统 S 的功能 GY_j 与子系统 S_i 的功能 GY_{ji} ($i = 1, 2, \dots, n$) 是同一种功能, 且能够量化, 那么称系统 S 的功能 GY_j 对于子系统 S_i 的功能 GY_{ji} ($i = 1, 2, \dots, n$) 具有可加性; 若 $GY_j = \sum_{i=1}^n GY_{ji}$, 则称系统 S 的功能 GY_j 对于子系统 S_i 的功能 GY_{ji} ($i = 1, 2, \dots, n$) 具有完全可加性.

例如, 假设把全中国作为系统 S , 各省、市、自治区等作为子系统 S_i , 对于系统 S 的一项功能 GY_j 即全中国的 GDP, 那么 GY_j 对于子系统 S_i 的功能 GY_{ji} 即各省的 GDP, 就具有可加性 (additivity).

又如, 假设把一份完整的学生考试试卷作为系统 S , 组成完整的学生考试试卷的各题作为子系统 S_i , 对于系统 S 的功能 GY_j 即考试分数, 那么 GY_j 对于子系统 S_i 的功能 GY_{ji} 即各题的得分, 就具有完全可加性 (complete additivity).

定义 2 如果系统 S 为了实现功能 GY_j 需要其子系统 S_i 提供功能 GY_{ji} ($i = 1, 2, \dots, n$), 且任意一个子系统 S_i 的功能 GY_{ji} 的改变都不会影起其余子系统 S_k 的功能 GY_{jk} ($k = 1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, n$) 的改变, 那么称子系统 S_i 的功能 GY_{ji} ($i = 1, 2, \dots, n$) 是相互独立的.

由此, 在研究子系统最优与系统最优的关系时, 就可把系统 S 分为两类:

1) 功能可加系统: 系统 S 的功能 GY_j 对于子系统 S_i 的功能 GY_{ji} ($i = 1, 2, \dots, n$) 具有可加性;

(1) 具有完全可加性, 即

$$GY_j = \sum_{i=1}^n GY_{ji}$$

(2) 具有可加性, 但不具有完全可加性, 即

$$GY_j \neq \sum_{i=1}^n GY_{ji}$$

2) 功能不可加系统: 系统 S 的功能 GY_j 对于子系统 S_i 的功能 GY_{ji} ($i = 1, 2, \dots, n$) 不具有可加性.

对于功能不可加系统, 需要考虑当系统 S 的某功能 GY_j 达到最优时, 系统 S 需要子系统 S_i 提供什么样的功能 GY_{ji} 以及 GY_{ji} 的取值范围. 由于系统 S 的功能 GY_j 对于子系统 S_i 的功能 GY_{ji} ($i = 1, 2, \dots, n$) 不具有可加性, 所以系统 S 与子系统 S_i 之间的关

系可表示为

$$S(GY_j) = S(S_1(GY_{j1}(a_1, b_1)), S_2(GY_{j2}(a_2, b_2)), \dots, S_i(GY_{ji}(a_i, b_i)), \dots, S_n(GY_{jn}(a_n, b_n)))$$

其中, (a_i, b_i) 表示第 i 个子系统 S_i 功能 GY_{ji} 的取值范围 ($i = 1, 2, \dots, n$).

例如, 对于手电筒系统 S , 它可以分为: 电池子系统 S_1 , 灯泡子系统 S_2 , 电筒壳子系统 $S_3, \dots$, 控制子系统 S_n 等. 对于手电筒系统 S , 照明功能 GY_j 可以表示为

手电筒系统 S (照明功能) = S (电池子系统 S_1 (供电功能 (a_1, b_1)), 灯泡子系统 S_2 (发光功能 (a_2, b_2)), 电筒壳子系统 S_3 (固定功能 (a_3, b_3)), $\dots$, 控制子系统 S_n (接通电流功能 (a_n, b_n))).

3 功能可加系统的优化

从上述可知, 根据系统 S 的功能 GY_j 对于其子系统 S_i 的功能 GY_{ji} ($i = 1, 2, \dots, n$) 是否可加, 系统可被分成两类: 功能可加系统和功能不可加系统. 对于功能不可加系统来说, 由于系统 S 的功能 GY_j 与子系统 S_i 的功能 GY_{ji} 不是同一种功能, 因此在某种外力 (即系统结构) 的作用下, 由所有子系统 S_i 而组成的系统 S 在整体上除保持某些子系统 S_i 的功能外, 可能还会发生功能的产生或毁灭. 本文暂不进行讨论, 而是选择了相对简单的功能可加系统来研究其优化规律.

定理 1 若系统 S 的功能 GY_j 对于其子系统 S_i 的功能 GY_{ji} ($i = 1, 2, \dots, n$) 具有完全可加性, 且子系统 S_i 的功能 GY_{ji} ($i = 1, 2, \dots, n$) 相互独立, 那么系统 S 的功能 GY_j 与其子系统 S_i 的功能 GY_{ji} ($i = 1, 2, \dots, n$) 必定同时达到最优.

证明: 由系统功能完全可加性的定义可知: GY_j 与 GY_{ji} ($i = 1, 2, \dots, n$) 是同一功能, 且 $GY_j = \sum_{i=1}^n GY_{ji}$.

由于 GY_j 与 GY_{ji} ($i = 1, 2, \dots, n$) 是同一功能, 所以 GY_j 与 GY_{ji} ($i = 1, 2, \dots, n$) 的最优要么都是指最大要么都是指最小, 先不妨假定最优即为最大. 这时若系统 S 的功能 GY_j 达到最优, 而子系统 S_i 的功能 GY_{ji} 中至少存在一个没达到最优, 不失一般性, 假定 S_k 的功能 GY_{jk} 没达到最优, 那么 GY_{jk} 的值还有改进的余地, 设改进值为 ΔGY_{jk} , 且 $\Delta GY_{jk} > 0$. 又由于子系统 S_i 的功能 GY_{ji} ($i = 1, 2, \dots, n$) 相互独立, 所以功能 GY_{jk} 的改进不会引起其它子系统功能的变化, 故 $GY'_j = GY_{j1} + GY_{j2} + \dots + GY_{j(k-1)} + (GY_{jk} + \Delta GY_{jk}) + GY_{j(k+1)} + \dots + GY_{jn}$. 显然 $GY_j < GY'_j$, 这与功能 GY_j 达到最优的假设矛盾. 因此, 当系统 S 的功能 GY_j 达到最优时, 其所有子系统 S_i 的功能 GY_{ji} 都达到最优. 反之, 若子系统 S_i 的功能 GY_{ji} (i

$= 1, 2, \dots, n)$ 达到最优, 则 $\sum_{i=1}^n GY_{ji}$ 达到最大, 而 $G Y_j$
 $= \sum_{i=1}^n G Y_{ji}$, 所以系统 S 的功能 $G Y_j$ 也达到最优. 假定
最优即为最小时, 可类似证明.

证毕.

定理 2 若系统 S 的功能 $G Y_j$ 对于其子系统 S_i
的功能 $G Y_{ji} (i= 1, 2, \dots, n)$ 具有完全可加性, 且子系
统 S_i 的功能 $G Y_{ji} (i= 1, 2, \dots, n)$ 相互不独立, 那么
系统 S 之功能 $G Y_j$ 的最优值不会优于各子系统 S_i
之功能 $G Y_{ji} (i= 1, 2, \dots, n)$ 的最优值之和.

证明: 由系统功能完全可加性的定义可知: $G Y_j$
与 $G Y_{ji} (i= 1, 2, \dots, n)$ 是同一功能, 且 $G Y_j =$
 $\sum_{i=1}^n G Y_{ji}$. 先不妨假定最优即为最大. 由于各子系统
 S_i 的功能 $G Y_{ji} (i= 1, 2, \dots, n)$ 相互不独立, 所以就
可能出现所有子系统 S_i 的功能 $G Y_{ji} (i= 1, 2, \dots, n)$
不能同时达到最大的情况, 即 $\max \sum_{i=1}^n G Y_{ji} \leqslant$
 $\sum_{i=1}^n \max G Y_{ji}$. 而 $G Y_j = \sum_{i=1}^n G Y_{ji}$, 故 $\max G Y_j \leqslant$
 $\sum_{i=1}^n \max G Y_{ji}$. 当最优为最小时, 可类似证明.

证毕.

定理 3 若系统 S 的功能 $G Y_j$ 对于其子系统 S_i
的功能 $G Y_{ji} (i= 1, 2, \dots, n)$ 具有可加性, 但不具有完
全可加性; 假设该系统的结构对该功能不具有产生
作用, 那么, 在假定功能达到最大即为最优的条件
下, 系统 S 的功能 $G Y_j$ 与其所有子系统 S_i 的功能
 $G Y_{ji} (i= 1, 2, \dots, n)$ 之间, 有

$$G Y_j < \sum_{i=1}^n G Y_{ji}$$

$$\max (G Y_j) < \sum_{i=1}^n \max (G Y_{ji}) \text{ 成立.}$$

证明: 由于系统 S 的功能 $G Y_j$ 对于其子系统 S_i
的功能 $G Y_{ji} (i= 1, 2, \dots, n)$ 具有可加性, 但不具有
完全可加性, 故 $G Y_j \neq \sum_{i=1}^n G Y_{ji}$.

因为该系统的结构对该功能不具有产生作用,

$$\text{所以 } G Y_j < \sum_{i=1}^n G Y_{ji}$$

$$\text{所以 } \max (G Y_j) < \max (\sum_{i=1}^n G Y_{ji}).$$

$$\text{而 } \max \left(\sum_{i=1}^n G Y_{ji} \right) \leqslant \sum_{i=1}^n \max (G Y_{ji}),$$

$$\text{所以 } \max (G Y_j) < \sum_{i=1}^n \max (G Y_{ji}).$$

证毕.

这类系统的优化与其子系统的优化一般比较复
杂. 对于不具有完全可加性的系统而言, 随着系统结
构的不同, 可能有这几种情况: 系统功能有产生; 系
统功能有毁灭; 系统功能有交集等. 因此需要另文讨
论.

例如, 3 个和尚构成的系统, 如果我们考虑的是
该系统获得足够食用水的功能, 那么该系统是一个
具有可加性, 但不具有完全可加性的系统. 该系统可
以有: 1) 由其中一个和尚任头, 其余两个和尚需要
听命于头的系统; 2) 3 个和尚构成的松散系统, 他
们是平等的, 互相不存在服从的问题; 3) 由 3 个和
尚排队任头, 有事一起商量的系统等等. 显然, 该系
统由于结构的不同, 功能也会不同.

4 结论

一个系统的优化, 意味着该系统总体的优化. 而
系统的总体优化又意味着该系统所有与系统目的功
能一致的固有功能的优化. 这里需要注意的是系统
单个功能的优化与系统总体的优化是要分类讨论
的. 对于系统单个功能的优化, 可分为功能可加系统
和功能不可加系统两种不同的情况. 本文在基于功
能可加的条件下, 研究了系统功能优化的规律并得
到了 3 个定理.

对于功能不可加系统而言, 在系统的设计与管
理时, 可依据系统的结构, 讨论我们要设计或管理的
系统在达到最优时, 与它的子系统应达到的状态. 然
后应该充分考虑它的全部关键子系统和全部重要子
系统, 特别是全部关键子系统^[5]. 最后, 如果在使系
统 S 达到最优时, 各子系统 S 达到最优的方案不是
唯一的, 那么就还需考虑使系统 S 达到最优时, 成本
最小的问题.

参考文献:

[1] 王征. 论系统整体优化 [J]. 科协论坛, 2007(3): 51-52
[2] 民航休闲小站. 飞机的组成与功用 [EB/OL]. 北京: 民航
之家, 2002-11 [2008-09-11]. [http:// www. xmxyzl. com /
know/27. htm](http://www.xmxyzl.com/know/27.htm)
[3] 王则柯, 李杰. 博弈论教程 [M]. 北京: 中国人民大学出
版社, 2004
[4] 郭开仲, 张式强. 错误集论 [M]. 长沙: 中南工业大学出
版社, 2001.
[5] 郭开仲, 黄继泽. 1% 的错误导致 100% 的错误的系统机
理及消避错方法研究 [J]. 广东工业大学学报. 2008, 25
(2): 1-5

System Optimizing Based on Function Additivity

Guo Kai-zhong Huang Ji-ze Xiong Hai-ou

(Institute of System Engineering Guangdong University of Technology, Guangzhou 510520, China)

Abstract To reveal the relationship between optimizing a certain function of the system and optimizing the relevant functions of its subsystems, which are necessary for realizing the function of the system, this paper studies the mechanism by which the function of the system is not equal to the sum of the relevant functions of its subsystems after probing into system function additivity, and obtains some laws about optimizing the system and its subsystems on condition that their functions are additive. Thus it lays a foundation for further research, such as how to determine the necessary functions provided by the subsystem and the values of these functions when we want a system or a certain function of its to be optimal.

Key words system; subsystem; system function additivity; system function optimizing

欢迎订阅 2009年《化学推进剂与高分子材料》

《化学推进剂与高分子材料》是由黎明化工研究院主办,中国聚氨酯工业协会、全国化学推进剂信息站协办的国内外公开发行的化工科技期刊,是《中国期刊网》《中国学术期刊(光盘版)》全文收录期刊,《万方数据—数字化期刊群》全文收录期刊,《中国核心期刊(遴选)数据库》来源期刊,《中国学术期刊综合评价数据库》统计源期刊。

本刊主要报道聚氨酯、胶黏剂、涂料、工程塑料等高分子材料、化学推进剂原材料以及精细化工等相应专业研究论文、专论与综述、生产实践经验总结、新产品和新知识介绍、国内外科技信息及市场动态等。

本刊内容新颖,信息量大,印刷质量好,在全国化工系统中有一定影响。在 1993、1996、2002 年全国石化系统化工期刊评比中连获优秀期刊奖。2006 年荣获第六届全国石油和化工行业优秀期刊(专业技术类)二等奖。

本刊为双月刊。国内刊号为 CN 41-1354/TQ,国际刊号为 ISSN 1672-2191,广告经营许可证号为 4103004000006。采用国际标准大 16 开,由专业印刷厂精心承作。彩色封面印刷,设计装潢精美,正文内容及插页广告均用铜版纸。内地:每期定价 10 元,全年定价 60 元;港澳台:50 美元/年(400 港元/年);国外:60 美元/年。皆含邮资。本刊自办发行,同时又参加了全国非邮发报刊联合发行等,以方便单位和个人订阅。竭诚欢迎订阅者随时来电来函索取订单,也可直接寄款编辑部订阅。

本刊地址:河南省洛阳市王城大道 69 号(471000)

联系电话:0379-62301694 62303751

传 真:0379-62307056

E-mail: lninfo2000@yahoo.com.cn

联系人:徐梅青 王喜荣

户 名:黎明化工研究院

开户行:工行九都支行营业部

账 号:1705 0240 1920 0032 815